Gimnazija Šentvid 80 let

80 nalog za 80 let

maj 2026

1. Če števec ulomka povečamo za 80%, imenovalec pa zmanjšamo za 80%, dobimo 80% od števila 80. Izračunaj začetni ulomek.
2. Premici $y = \frac{x}{2} + 7$ in $y = -2x + n$ oblikujeta z abscisno osjo trikotnik s ploščino 80. Izračunaj n.
3. Podjetje organizira sejem. Prvi dan je 120 udeležencev, drugi dan je udeležencev 20% več kot prvi dan, tretji dan pa je udeležencev za 30 manj kot drugi dan. Vsak udeleženec plača prvi dan 15 €, drugi dan 12 € in tretji dan 10 €. Skupni fiksni stroški znašajo 3 000 €. Podjetje ima 6 zaposlenih. Vsak zaposleni prejme dodatno nagrado 198 €. Izračunaj čisti dobiček na zaposlenega. (Urh Matjašič, 4. c)
4. Dana je kvadratna funkcija: $f(x) = -2x^2 + 320x - 53m^4(4m^2 - 1)$.
   Za m = 2 izračunaj največjo vrednost dane funkcije.
   Pri katerem x zavzame dana funkcija največjo vrednost?
5. V pokončnem krožnem valju z višino 10 cm meri površina $P = 112\pi$ cm^2. Natančno izračunaj ploščino osnega preseka valja.
6. Če seštejemo 80 zaporednih večkratnikov števila 8, dobimo vsoto 27 200. Katero zaporedno število dane vsote je število 80?
7. Izračunaj $\left(\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}\right) \cdot \left(\binom{5}{1} + \binom{5}{2} - \binom{5}{3}\right)$.
8. Z določenim integralom izračunaj ploščino pod grafom funkcije $f(x) = 10x$ na intervalu $[0,4]$ in nato preveri rezultat tudi geometrijsko (z izračunom ploščine trikotnika). (Peter Planinc, 4.f)
9. Določi ordinato lokalnega maksimuma polinoma $p(x) = -x^3 + 3x^2 + 24x$.
10. Izračunaj ploščino območja, ki ga omejujejo koordinatni osi, premica $x = 4$ in graf funkcije $f(x) = 3^x \cdot \ln 3$. Nariši skico.

REŠITVE maj 2026

1. Neznani ulomek zapišimo kot $\frac{x}{y}$. Po navodilih naloge lahko zapišemo enačbo $\frac{1{,}8x}{0{,}2y} = 0{,}8 \cdot 80$. Če enakost pomnožimo z 0,2 in jo delimo z 1,8, izračunamo vrednost ulomka $\frac{x}{y} = \frac{64}{9}$.
2. Narišimo si skico, koordinatni sistem in v njem premici p: $y = \frac{x}{2} + 7$ in q: $y = -2x + n$ (n si lahko na skici poljubno izberemo). Tako vidimo, da je osnovnica trikotnika, ki nas zanima, razdalja med presečiščema premic p in q z abscisno osjo, višina tega trikotnika pa ordinata presečišča premic p in q. Zato izračunamo presečišči premic z abscisno osjo in dobimo, da premica p seka abscisno os pri $x = -14$, premica q pa pri $x = \frac{n}{2}$. Osnovnica trikotnika je tako $14 + \frac{n}{2}$. Za izračun višine najprej poiščemo absciso presečišča, torej izenačimo $\frac{x}{2} + 7 = -2x + n$ in izračunamo $x = \frac{2(n-7)}{5}$. Z vstavljanjem v eno od premic dobimo še $y = \frac{n+28}{5}$, kar je enako višini na osnovnico. Zapišimo ploščino trikotnika $p = \frac{a \cdot v}{2} = \frac{\left(14+\frac{n}{2}\right)\cdot(n+28)}{2\cdot 5}$ in izenačimo z 80. Dobimo kvadratno enačbo za neznani n, ki jo rešimo in dobimo rešitvi $n_1 = 12$ in $n_2 = -68$. V prvem primeru trikotnik leži nad abscisno osjo, v drugem pod njo.

3. Zapišimo števila udeležencev po dnevih: I: 120, II: $1{,}2 \cdot 120 = 144$ in III: 114. Zapišimo prihodke in odhodke: $120 \cdot 15 + 144 \cdot 12 + 114 \cdot 10 - 3000 - 6 \cdot 198 = 480$. Če ta znesek razdelimo med 6 zaposlenih, vsak prejme po 80 €.
4. V funkcijski zapis funkcije f najprej vstavimo $m = 2$ in dobimo $f(x) = -2x^2 + 320x - 12720$. Največja vrednost funkcije je ordinata temena $q = -\frac{D}{4a}$. Vstavimo koeficiente funkcije f in dobimo $q = 80$, kar je največja vrednost funkcije. Abscisa temena je vrednost x, v kateri je ta vrednost dosežena in ponavadi jo označimo s $p = -\frac{b}{2a} = 80$.
5. Zapišimo formulo za površino valja $P = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot v$. Vstavimo podatke $112\pi = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 10$ in dobimo kvadratno enačbo, ki jo poenostavimo v obliko $r^2 + 10r - 56 = 0$, z rešitvijo $r = 4$ (druga rešitev je negativna in ni smiselna). Sedaj lahko izračunamo ploščino osnega preseka $p = 2r \cdot v = 80$.
6. Zapišimo vsoto 80 zaporednih večkratnikov števila 8:
$k \cdot 8 + (k+1) \cdot 8 + (k+2) \cdot 8 + \cdots + (k+79) \cdot 8 = 27200$.
Po deljenju z 8 dobimo enačbo $k + (k+1) + (k+2) + \cdots + (k+79) = 3400$ oziroma $80 \cdot k + (1 + 2 + \cdots + 79) = 3400$. Če upoštevamo formulo za vsoto prvih 79 naravnih števil, se enačba poenostavi v $80 \cdot k + \frac{79 \cdot 80}{2} = 3400$ in dobimo rešitev $k = 8$. Iskana vsota je torej $8 \cdot 8 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 8 + \cdots 87 \cdot 8$ in njen tretji člen je 80.
7. Izračunamo vrednosti zapisanih binomskih simbolov $(1 + 4 + 6 + 4 + 1) \cdot (5 + 10 - 10)$ in dobimo rezultat $2^4 \cdot 5 = 80$.
8. Izračunamo nedoločeni integral $\int 10x \cdot dx = 5x^2$. Po vstavitvi mej dobilo ploščino 80.
Enak rezultat seveda dobimo, če izračunamo ploščino trikotnika pod premico $y = 10x$ na intervalu $[0,4]$ $p = \frac{4 \cdot 40}{2} = 80$ (nariši skico).
9. Poiščimo stacionarne točke danega polinoma, torej poiščimo ničle odvoda $p'(x) = -3x^2 + 6x + 24 = 0$. Rešimo kvadratno enačbo in dobimo $x_1 = 4$ in $x_2 = -2$. Če pomislimo na graf tega polinoma vemo, da je lokalni maksimum dosežen v desni stacionarni točki, zato izračunamo še vrednost polinoma pri x_1 in dobimo ordinato iskane točke $p(4) = 80$.
10. Iskana ploščina se izračuna z določenim integralom $p = \int_0^4 3^x \cdot \ln 3 \cdot dx$. Tudi tokrat najprej izračunamo nedoločeni integral in dobimo $\int 3^x \cdot \ln x \cdot dx = 3^x$. Po vstavitvi mej je ploščina $p = 3^4 - 1 = 80$.