

**80 nalog za 80 let**

**april 2026**

1. Ana je v lanskem letu pogledala veliko filmov. V prvih treh mesecih je pogledala četrtno vseh filmov, v aprilu in maju skupaj polovico ostalih filmov, čez poletje le 10. Ostalih 25% filmov je pogledala do decembra. Koliko filmov si je ogledala v celem letu?
2. V krožnico s polmerom 10 cm včrtamo pravokotni trikotnik s hipotenuzo na polmeru, kot  $\beta = 84,23^\circ$ . Kolikšna je ploščina lika, sestavljenega iz štirih takšnih trikotnikov? (Peter Planinc, 4. f)
3. Ploščina pravokotnega trikotnika, ki je včrtan v krožnico s polmerom 10 cm, je enaka  $80 \text{ cm}^2$ . Izračunaj kote tega trikotnika.
4. Izračunaj produkt dveh naravnih števil, če je njuna vsota enaka 480, njun največji skupni delitelj pa je 80.
5. Dana je elipsa v središčni legi z goriščem v točki  $F(0, 2\sqrt{5})$ . Velika polos  $b$  je 10. Koliko je kvadrat male polosi  $a$ ? (Klara Zakrajšek, 3. b)
6. Zapiši enačbo enakoosne hiperbole v središčni legi, ki ima realno polos  $b$  in gre skozi točko  $A(-1, 9)$ .
7. Imamo 7 ključev in 4 ključavnice. 2 ključa sta modra, 2 rdeča in 3 zeleni. Če je 1 ključavnica modra in 1 rdeča ter vemo, da jima ustrežata ključa istih barv, brezbarvne ključavnice pa ne poznamo, koliko kombinacij moramo poskusiti, da bomo zagotovo odklenili vrata? (Peter Planinc, 4. f)
8. Kolikšen je smerni koeficient normale na krivuljo  $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$  v točki  $T\left(-\frac{161}{40}, y\right)$ ? (Peter Planinc, 4. f)
9. Izračunaj koordinate točke  $T$ , v kateri je tangenta na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 80x + 80$  vzporedna premici z enačbo  $y = 80x + 2$ .
10. Izračunaj integral:  $\int_{4\sqrt{15}}^{20} x \, dx$ .

## REŠITVE april 2026

- Označimo neznanko  $x$  (število filmov, ki si jih je lani ogledala Ana). Iz podatkov naloge razberemo  $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3x}{4} + 10 + \frac{x}{4} = x$ . Enačbo rešimo in dobimo  $x = 80$ .
- Hipotenuza pravokotnega trikotnika je v tem primeru (kot v polkrogu) enaka premeru kroga, torej 20 cm. Iskano ploščino lahko zapišemo  $p = 4 \cdot \frac{ab}{2}$ . Z uporabo kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku dobimo  $\sin \beta = \frac{b}{20}$  in  $\cos \beta = \frac{a}{20}$ . Izrazimo stranici in ju vstavimo v formulo za ploščino in dobimo  $p = 2 \cdot 20 \cos \beta \cdot 20 \sin \beta = 400 \cdot \sin 2\beta = 80 \text{ cm}^2$ .
- Ploščina pravokotnega trikotnika je  $\frac{a \cdot b}{2} = 80$ . Druga zveza je Pitagorov izrek  $a^2 + b^2 = 400$  (hipotenuza je premer kroga). Iz prve zveze izrazimo  $a = \frac{160}{b}$  in vstavimo v drugo. Pišemo novo neznanko  $x = b^2$  in dobimo enačbo  $x^2 - 400x + 256 = 0$ . Rešitvi enačbe sta 320 in 80. Izračunamo  $b = 17,888$  in nato  $a = 8,945$  (dobimo tudi simetrično rešitev oziroma zamenjani stranici). Upoštevamo  $\sin \alpha = \frac{8,945}{20}$  in  $\alpha = 26,57^\circ$  in še komplementarni kot  $\beta = 63,43^\circ$ .
- Zapišimo  $n + m = 480$  in  $d = D(n, m) = 80$ . Na levi strani prve enačbe lahko izpostavimo  $d$  in dobimo  $d \cdot (n_1 + m_1) = 480$  oziroma  $n_1 + m_1 = 6$ . Ker sta  $n_1$  in  $m_1$  tuji števili, je edina možnost  $1 + 5$ . Tako dobimo števili  $n = 80 \cdot n_1 = 80$  in  $m = 80 \cdot m_1 = 400$  in njun produkt je 32 000.
- Iz gorišča preberemo  $e = 2\sqrt{5}$ . Ker gorišče elipse leži na ordinatni osi, velja zveza  $a^2 = b^2 - e^2 = 80$ .
- Enačba iskane hiperbole je  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ . Ker je hiperbola enakoosna velja  $a = b$ , ker na hiperboli leži točka A, pa lahko njeni koordinati vstavimo v enačbo in dobimo  $\frac{1}{a^2} - \frac{81}{a^2} = -1$ . Izračunamo  $a^2 = 80$ .  
Enačba hiperbole se torej glasi  $\frac{x^2}{80} - \frac{y^2}{80} = -1$ .
- Za odkleniti modro ključavnico imamo 2 možnosti, za odkleniti rdečo tudi 2 možnosti. Za tretjo ključavnico izberemo lahko med 5 ključi, za zadnjo so ostali 4 ključi. Skupno število vseh možnosti je torej  $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 = 80$ .
- Izračunajmo odvod  $y' = \frac{x}{2} + 2$ . Vemo  $k_t = y' \left( -\frac{161}{40} \right) = -\frac{1}{80}$ . Smerni koeficient normale je obraten in nasproten, torej  $k_n = 80$ .
- Izračunajmo odvod funkcije  $f$ , torej  $f'(x) = 2x - 80$ . Vemo, da je smerni koeficient tangente enak 80 (ker je tangenta vzporedna dani premici) in velja tudi  $k_t = f'(x)$  torej  $2x - 80 = 80$ . Rešitev enačbe je abscisa dotikališča tangente, torej  $x = 80$ . Izračunajmo še ordinato te točke in dobimo  $T(80, 80)$ .
- Izračunajmo nedoločeni integral  $\int x \, dx = \frac{x^2}{2}$ . Po vstavitvi zgornje in spodnje meje dobimo rezultat 80.