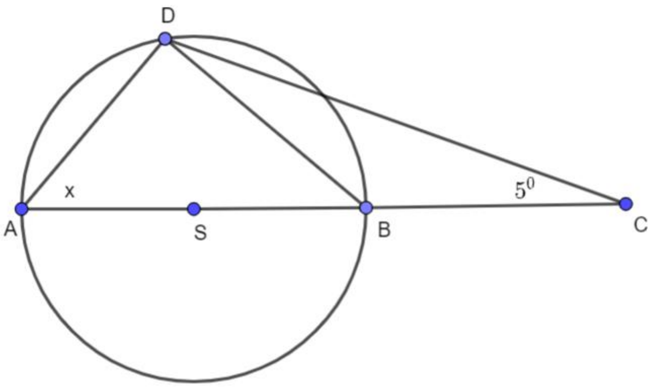
80 nalog za 80 let

marec 2026

1. Reši enačbo $18 \cdot (2x - 10) + 40 \cdot (x - 20) - 5x + 450 = 5150$ (Hana Šifrer, 3. f)
2. Dedka in babico so obiskali vnuki. Mednje bi rada razdelila bonbone. Če bi dala vsakemu vnuku po 11 bonbonov, bi jima 3 bonboni ostali, ča pa bi dala vsakemu vnuku po 12 bonbonov, jima 4 zmanjkajo. Koliko bonbonov bi rada razdelila?
3. Če bi 12 delavcev delalo po 4 ure na dan, bi položili parket v telovadnici v 10 dneh. V kolikšnem času bi isto delo opravila 2 delavca, ki bi delala po 3 ure na dan?
4. Premici $y = \frac{x}{2} + 7$ in $y = -2x + n$ oblikujeta z abscisno osjo trikotnik s ploščino 80. Izračunaj koeficient n.
5. Izračunaj razdaljo točke $T(80,80)$ od premice z enačbo $3x + 4y - 140 = 0$.
6. Na sliki izračunaj manjkajoči kot x, če je $\overline{BC} = \overline{BD}$.



7. Izračunaj ostanek pri deljenju polinoma $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 20$ s polinomom $q(x) = x - 3$.
8. Poišči vsa naravna števila, ki so produkt dveh praštevil in je vsota njihovih deliteljev enaka 80.
9. Kateri člen zaporedja $a_n = \frac{4n+1}{3n}$ je enak 1,3375?
10. Koliko števil v aritmetičnem zaporedju 10, 17, 24, 31, 38 ... leži na območju $[2026,2580]$?

REŠITVE marec 2026

1. Enačbo preoblikujemo v ekvivalentno obliko (odpravimo oklepaje in uredimo) in dobimo $71x = 5680$ in tako je rešitev $x = 80$.
2. Število bonbonov označimo x, število vnukov pa n. Veljata torej enačbi $x = n \cdot 11 + 3$ in $x = n \cdot 12 - 4$. Torej velja $11n + 3 = 12 - 4$ in rešitev $n = 7$ in še $x = 80$.
3. 12 delavcev dela 10 dni po 4 ure, torej delo opravi v 480 urah. 2 delavca bosta polagala parket x dni, vsak dan po 3 ure, torej bosta porabila $6x$ ur. Velja torej $480 = 6x$ in rešitev $x = 80$.
4. Najprej izračunajmo abscise presečišč premic z abscisno osjo. Prva abscisa je $x_1 = -14$, druga pa $x_2 = \frac{n}{2}$. Osnovnica iskanega trikotnika je torej $14 + \frac{n}{2}$. Višina tega trikotnika pa je ordinata presečišča med premicama. Poiskati moramo torej presečišče premic. Izenačimo $\frac{x}{2} + 7 = -2x + n$ in dobimo $x = \frac{2(n-7)}{5}$ in nato še ordinato $y = \frac{n+28}{5}$. Zapišimo torej ploščino iskanega trikotnika $p = \frac{1}{2} \cdot \left(14 + \frac{n}{2}\right) \cdot \left(\frac{n+28}{5}\right)$ in izraz enačimo z 80. Dobimo kvadratno enačbo, ki ima dve rešitvi $n_1 = 68$ in $n_2 = -12$.
5. Enačbo premice zapišemo v normirano obliko (delimo s 5), dobimo $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 28 = 0$. Razdaljo točke do premice dobimo tako, da v desno stran vstavimo podani koordinati točke, torej $x = y = 80$. Iskana razdalja je torej 80.
6. Ker je trikotnik BDC enakokrak, je tudi $\sphericalangle BDC = 5°$ in $\sphericalangle CBD = 170°$. Torej je $\sphericalangle DBA = 10°$. Kot $\sphericalangle ADB$ je kot v polkrogu, torej meri 90°. Iskani kot x je tretji kot v trikotniku ABD in torej meri 80°.
7. Ostanek pri tem deljenju je vrednost polinoma p v $x = 3$. Kar z neposrednim vstavljanjem ali z uporabo Hornerjevega algoritma izračunamo torej $p(3) = 80$.
8. Iskano število je torej produkt dveh praštevil $n = p_1 \cdot p_2$. Delitelji števila n so $1, p_1, p_2$ in $p_1 \cdot p_2$ in vsota deliteljev torej $1 + p_1 + p_2 + p_1 \cdot p_2$. Izenačimo z 80 in lahko zapišemo $(1 + p_1) \cdot (1 + p_2) = 80$. Če število 80 zapišemo kot produkt dveh števil (upoštevamo vse možnosti), se izkaže edina možnost $80 = 4 \cdot 20 = (3 + 1) \cdot (19 + 1)$ oziroma $p_1 = 3, p_2 = 19$ in število n je produkt teh dveh praštevil, torej 57.
9. Zapišemo enačbo $\frac{4n+1}{3n} = 1{,}3375$. Rešimo enačbo in dobimo rešitev $n = 80$. Gre torej za 80-ti člen.
10. Zapišimo splošni člen tega aritmetičnega zaporedja (upoštevamo diferenco in prvi člen) $a_n = 10 + (n-1) \cdot 7$. Veljati mora $2026 \leq 10 + (n-1) \cdot 7 \leq 2580$. Rešitev prve neenačbe je $n \geq 289$, rešitev druge pa $n \leq \frac{2570}{7} + 1 \approx 368{,}1$. Na danem intervalu so torej členi od a_{289} do a_{368}, kar pomeni 80 členov.