

80 nalog za 80 let

februar 2026

1. V mestu je 5 različnih skrinj s piratskim zakladom. Vsaka skrinja vsebuje natanko 4 različne dragulje. Dragulji v različnih skrinjah so različni. Izberemo natanko eno skrinjo in nato iz te skrinje izberemo poljubno podmnožico draguljev (lahko tudi prazno podmnožico). Koliko različnih izborov obstaja?
(Aljaž Zupet B., 4. c)
2. V razredu je 6 učencev. Razpisani so 4 različni projekti. Na koliko načinov lahko izberemo en projekt in tri učence, ki bodo sodelovali pri tem projektu?
(Emilie Petru, 4. c)
3. Naj bo $N = 2025^{80}$. Naj bo M število deliteljev števila N^2 , ki so manjši od N in števila N ne delijo. Koliko je produkt vsote in produkta neničelnih števk števila M ?
(Lovro Ott, 4. a)
4. Dano je aritmetično zaporedje, pri katerem je tretji člen $a_3 = 16$ in diferenca $d = 5$. Izračunaj vsoto prvih petih členov tega zaporedja.
(Lev Tomaževič, 4. f)
5. Dano je aritmetično zaporedje z drugim členom $a_2 = \frac{58}{9}$ in četrtem členom $a_4 = \frac{22}{3}$. Izračunaj vsoto prvih desetih členov.
(Bela, Klara in Lori, 4. e)
6. Za člene nekega geometrijskega zaporedja s pozitivnimi členi velja $a_1 + a_3 = 20$ in $a_5 + a_7 = 1620$. Izračunaj vsoto prvih štirih členov tega zaporedja.
(Jon in Gaber, 4. e)
7. Geometrijsko zaporedje s kvocientom $q = 2$ ima pozitivne člene. Vsota prvih treh členov je 28. Izračunaj vsoto prvih petih členov tega zaporedja.
(Jaka Klobučar, 4. f)
8. Izračunaj vsoto danega zaporedja (vrste) $40 + 20 + 10 + 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \dots$
(Hana Repac, 4. e)
9. Majhni Timi je iz šparovčka prestavil na nov varčevalni račun svojih 65 € in 56 centov. Banka mu bo izplačevala letno obresti po 1% (letna kapitalizacija). Koliko denarja bo imel čez 20 let? (Peter Planic, 4. f)
10. Ob ustanovitvi Gimnazije Šentvid se je odbor zadolžen za finance šole odločil, da bo šola vsako leto vplačala 86.000 € v banko z 1,8% letno obrestno mero in letnim pripisom obresti. Preračunali so, da, ko bodo zbrali vsaj 15.000.000 €, bo tudi čas za prenovo šole. Čez najmanj koliko let bo denarja dovolj za pričetek gradnje?
(Nina Rotar, 4. c)

REŠITVE februar 2026

1. Skrinjo lahko izberemo na 5 načinov in v vsaki skrinji izberemo poljubno podmnožico, kar lahko naredimo na 2^4 načine (ker imajo množice draguljev po 4 elemente). Skupno število vseh izborov je tako: $5 \cdot 2^4 = 80$.
2. Projekt lahko izberemo na 4 načine. Trojico učencev, ki bo izvajala projekt, pa lahko izberemo na $\binom{6}{3}$ načinov, torej na 20 načinov. Vseh možnih izbir je torej $4 \cdot 20 = 80$.
3. Zapišimo N in N^2 v praštevilskem razcepu. Velja $N = 3^{320} \cdot 5^{160}$ in $N^2 = 3^{640} \cdot 5^{320}$. Naj $\gamma(n)$ označuje število deliteljev števila n . Potem velja, da je $\gamma(N) = 321 \cdot 161 = 51.681$ in $\gamma(N^2) = 641 \cdot 321 = 205.761$.
Če uredimo vse delitelje števila N^2 v urejene pare $\left(d_i, \frac{N^2}{d_i}\right)$, kjer so $d_1, d_2, \dots, d_{\gamma(N^2)}$ delitelji števila N^2 , dobimo, da je eden v paru zagotovo manjši od N (izključimo primer, ko je $d_i = N$, tedaj velja enakost). Teh parov je (po izključitvi $d_i = N$) očitno $\frac{\gamma(N^2)-1}{2}$. Tako smo dobili vse delitelje števila N^2 , ki so manjši od N . Zdaj pa od tega števila odštejmo še vse tiste delitelje, ki delijo N (da izpolnimo obe zahtevi naloge). Teh deliteljev je $\gamma(N) - 1 = 51.680$ (1 smo odšteli, ker spet izključimo $d_i = N$).
Tako dobimo celotno formulo za $M = \frac{\gamma(N^2)-1}{2} - (\gamma(N) - 1) = 51.200$.
Produkt neničelnih števk števila M je 10, vsota pa 8. Njun produkt je torej 80.
4. Zapišimo formulo za tretji člen aritmetičnega zaporedja $a_3 = a_1 + 2d$ in iz podatkov sledi $a_1 = 6$. Členi zaporedja so torej 6, 11, 16, 21, 26, $\dots$. Vsota prvih petih členov je tako 80.
5. Zapišimo enačbi, ki izhajata iz podatkov: $\frac{58}{9} = a_1 + d$ in $\frac{22}{3} = a_1 + 3d$. Če enačbi odštejemo in izrazimo diferenco, izračunamo $d = \frac{4}{9}$, nato še $a_1 = 6$. Ker poznamo formulo za vsoto n členov zaporedja dobimo $S_{10} = \frac{10}{2} \left(2 \cdot 6 + 9 \cdot \frac{4}{9} \right) = 80$.
6. Tokrat imamo geometrijsko zaporedje (s pozitivnimi členi) in lahko zapišemo $a_1 + a_1 \cdot q^2 = 20$ in $a_1 \cdot q^4 + a_1 \cdot q^6 = 1620$. V prvi enačbi izpostavimo a_1 , v drugi pa $a_1 \cdot q^4$ in enačbi delimo. Dobimo $q^4 = 81$ oziroma $q = 3$. Izračunamo še $a_1 = 2$. Prvi štirje členi tega zaporedja so 2, 6, 18 in 54 in njihova vsota je 80.
7. Zapišimo vsoto prvih treh členov tega zaporedja $a_1 + 2a_1 + 4a_1 = 28$ in izračunamo $a_1 = 4$. Izračunajmo še vsoto $4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 124$.
8. Za vsoto geometrijske vrste uporabimo formulo in dobimo $S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{40}{1-\frac{1}{2}} = 80$.
9. Pri obrestno obrestnem varčevanju velja formula $a_n = a_1 \cdot q^n$. Za naš primer torej $a_{20} = 65,56 \cdot 1,01^{20}$ in rezultat (zaokroženo) 80 €.
10. Če se je šolski odbor odločil, da vsako leto na koncu leta vplača $a = 86.000$ €, nam sredstva po n letih narastejo na vrednost $a \cdot q^{n-1} + a \cdot q^{n-2} + \dots + a = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 15 \cdot 10^6$. Velja $q = 1 + \frac{1,8}{100} = 1,018$.
Iz enačbe izračunamo $q^n - 1 = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot (q - 1)}{a}$. Ko vstavimo številke (podatke), dobimo

$1,018^n = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 0,018}{86 \cdot 10^3} + 1$. Logaritmiramo enačbo in izrazimo n . Rezultat je $n = 79,63$ let. Z gradnjo lahko torej začnemo čez najmanj **80 let**.