

80 nalog za 80 let

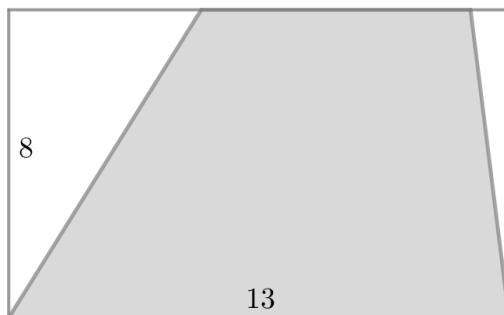
Ob praznovanju 80-letnice Gimnazije ŠENTVID smo se v aktivu profesorjev matematike odločili, da zberemo 80 matematičnih nalog, v katerih nastopa število 80 (podatek ali rezultat). Tako bomo vsak prvi ponedeljek v mesecu objavili po 10 nalog (skupaj 80), ki bodo urejene po letnikih (od 1. do 4.), en teden kasneje pa še rešitve. Naloge bodo objavljene na domači strani šole in na plakatu ob učilnicah M1 in M2. Vabljeni k reševanju.

oktober 2025

1. Športne copate so najprej podražili za 15%, kasneje pa pocenili za 40%, končna cena je 48 €. Izračunaj vmesno ceno.
2. Dokaži, da je vrednost izraza neodvisna od a, b, c :

$$(8 + 2 \cdot 6) \cdot \left(\frac{4}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} : \frac{1}{a + \frac{1}{b}} - \frac{4}{b(abc + a + c)} \right)$$

3. Babica ima dva vnuka, ki sta skupaj stara 60 let. Pred desetimi leti je bil produkt njunih starosti 384. Čez deset let bo vsota njihovih starosti (babice in vnukov) 170 let. Izračunaj babičino starost.
4. V trikotniku je $\alpha = 20^\circ$. Koliko meri kot med simetralama drugih dveh notranjih kotov?
5. Izračunaj zgornjo stranico trapeza, da bo njegova ploščina natanko 80. Trapez je včrtan pravokotniku, podatki so na sliki.



6. Izračunaj brez kalkulatorja $e^{\ln \frac{1}{2}} + \log \left(27^{\frac{2}{3}} + 1 \right) - \log_3 \frac{\sqrt{3}}{3} + 40 \cdot \log_2 4 + \log_5 1 - \ln e^2$
7. Izračunaj $50 \cdot \sin \frac{\pi}{2} + 10 \cdot \log_{10} 1000$ (Rok, 3. f)
8. Dano je kompleksno število $z = 10 \cdot (1 + 3i)^{-1} + (\overline{2 + 3i})^2 + 7i$. Izračunaj $|z|^2$.
9. Izračunaj površino pokončne štiristrane prizme, ki ima za osnovno ploskev paralelogram ($a = 6\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$, $\beta = 150^\circ$). Višina prizme je $v = 2,8\text{ cm}$.
10. Izračunaj smerni koeficient premice, ki je tangenta na parabolo $y = x^2$ v točki $(40, y_1)$. (Peter Planinc, 4. f)

1. Cena 48 € je 60% vmesne cene, torej je 60% od x je 48 €. Tako je vmesna cena $x = 80$ €.

2. Izračunamo

$$20 \cdot \left(\frac{4}{a + \frac{c}{bc+1}} \cdot \frac{ab+1}{b} - \frac{4}{b(abc+a+c)} \right) = 20 \cdot \left(\frac{4(bc+1)}{abc+a+c} \cdot \frac{ab+1}{b} - \frac{4}{b(abc+a+c)} \right) =$$

$$= 20 \cdot \left(\frac{4b(abc+a+c)}{b(abc+a+c)} \right) = 80$$

Vrednost izraza je tako neodvisna od a, b, c .

3. Starost vnukov je $x + y = 60$. Vsota njihovih starosti čez 10 let bo

$(b + 10) + (x + 10) + (y + 10) = 170$. Upoštevamo $x + y = 60$ in dobimo $b = 80$. Babica je tako stara 80 let.

4. Če označimo $\alpha = 20^\circ$, velja $\beta + \gamma = 160^\circ$. Eden od kotov med simetrala teh dveh kotov je

$$\varphi = 180^\circ - \left(\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} \right) = 100^\circ, \text{ drugi pa } \varepsilon = 80^\circ \text{ (narišite skico).}$$

5. Ploščina trapeza je $p = 80 = \frac{a+c}{2} \cdot v$. Če vstavimo podatke izračunamo neznanko $c = 7$.

6. Izračunamo posamezne člene in dobimo $\frac{1}{2} + \log 10 - \log_3 3^{-\frac{1}{2}} + 40 \cdot 2 + 0 - 2 = 80$.

7. Izračunamo $50 \cdot 1 + 10 \cdot 3 = 80$.

8. Izračunamo $z = -4 - 8i$ in nato $|z|^2 = 80$.

9. Za izračun površine velja formula $P = 2ab \cdot \sin \beta + 2(a + b) \cdot v$. Rezultat je 80 cm^2 .

10. Izračunamo odvod kvadratne funkcije $y' = 2x$. Za smerni koeficient tangente velja $k_t = y'(40) = 80$.